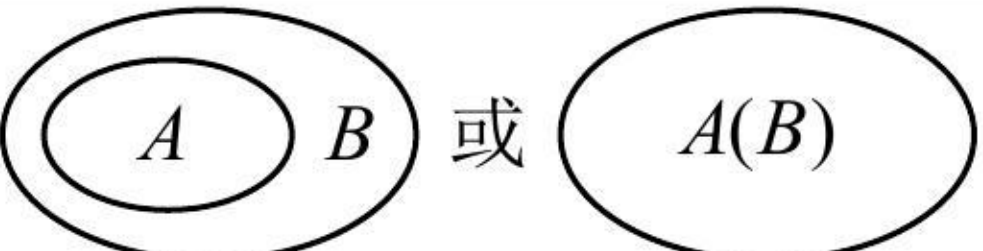
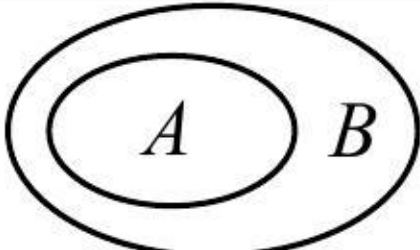
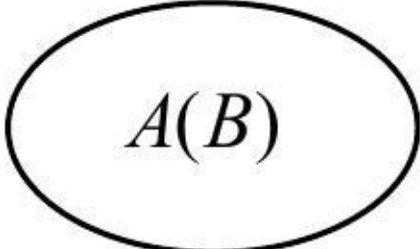


## 模块一 集合 (☆☆)

### 内容提要

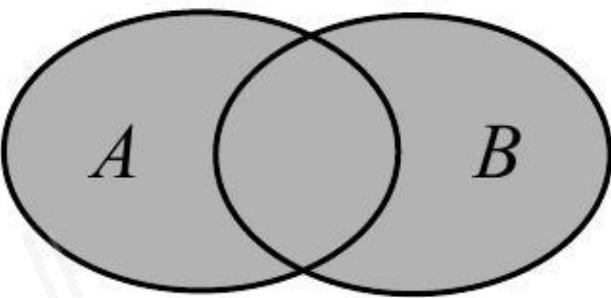
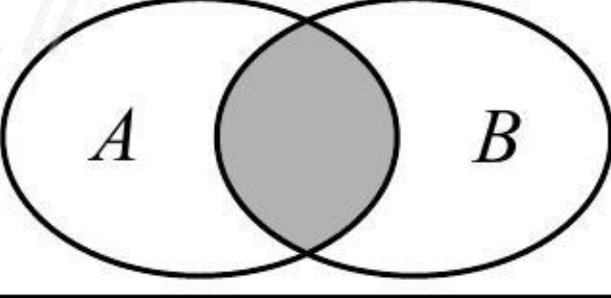
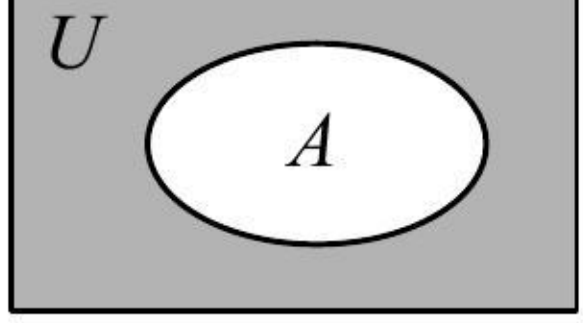
在全国高考中，集合这一节主要考查集合的概念、关系、运算等，下面梳理一些常考的知识点。

1. 集合中元素的性质：确定性，互异性，无序性。
2. 集合间的基本关系

关系	自然语言	符号语言	Venn 图
子集	集合 $A$ 中所有元素都在集合 $B$ 中	$A \subseteq B$	
真子集	集合 $A$ 是集合 $B$ 的子集，且集合 $B$ 中至少有一个元素不在集合 $A$ 中	$A \subset B$	
集合相等	集合 $A, B$ 中的元素相同 或集合 $A, B$ 互为子集	$A = B$	

3. 子集个数：含有  $n$  个元素的集合的子集有  $2^n$  个，非空子集有  $2^n - 1$  个，真子集有  $2^n - 1$  个，非空真子集有  $2^n - 2 (n \geq 1)$  个。

4. 集合的基本运算

运算	自然语言	符号语言	Venn 图
并集	由所有属于集合 $A$ 或属于集合 $B$ 的元素组成的集合	$A \cup B = \{x   x \in A \text{ 或 } x \in B\}$	
交集	由属于集合 $A$ 且属于集合 $B$ 的所有元素组成的集合	$A \cap B = \{x   x \in A \text{ 且 } x \in B\}$	
补集	由全集 $U$ 中不属于集合 $A$ 的所有元素组成的集合	${}_U A = \{x   x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$	

### 典型例题

类型 I：集合的概念、集合中元素的性质

【例 1】设集合  $A = \{2, a^2 - a + 2, 1 - a\}$ ，若  $4 \in A$ ，则  $a$  的值为\_\_\_\_\_。

解析：4 这个元素在集合  $A$  中，故依次考虑  $A$  中的每一个待定元素为 4 即可，

因为  $4 \in A$ ，所以  $a^2 - a + 2 = 4$  或  $1 - a = 4$ ，解得： $a = 2$  或  $-1$  或  $-3$ ；

求出的 3 个值都能保证  $A$  中有 4 这个元素，但不一定满足  $A$  的元素互异，所以还需代回去检验，

当  $a = 2$  时， $A = \{2, 4, -1\}$ ，满足题意；当  $a = -1$  时， $1 - a = 2$ ，不满足元素互异，舍去；

当  $a = -3$  时， $A = \{2, 14, 4\}$ ，满足题意；综上所述， $a$  的值为 2 或  $-3$ 。

答案：2 或  $-3$

【反思】求出集合中参数的值后，务必检验是否满足集合中元素的互异性。

【变式】已知集合  $A = \{-1, 0, 1\}$ ， $B = \{m | m^2 - 1 \in A, m - 1 \notin A\}$ ，则集合  $B$  中所有元素之和为 ( )

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D)  $\sqrt{2}$

解析：集合  $B$  中  $m$  的条件有  $m^2 - 1 \in A$ ，故可讨论  $m^2 - 1$  是  $A$  中的谁，求出  $m$ ，再检验是否满足  $m - 1 \notin A$ ，即可确定求出的  $m$  是否为  $B$  中的元素，

因为  $m^2 - 1 \in A$ ，所以  $m^2 - 1 = -1$  或  $m^2 - 1 = 0$  或  $m^2 - 1 = 1$ ，

当  $m^2 - 1 = -1$  时， $m = 0$ ，所以  $m - 1 = -1 \in A$ ，所以  $0$  不是  $B$  中的元素；

当  $m^2 - 1 = 0$  时， $m = \pm 1$ ，若  $m = 1$ ，则  $m - 1 = 0 \in A$ ，所以  $1$  不是  $B$  中的元素；

若  $m = -1$ ，则  $m - 1 = -2 \notin A$ ，所以  $-1$  是  $B$  中的元素；

当  $m^2 - 1 = 1$  时， $m = \pm\sqrt{2}$ ，此时  $m - 1 = \pm\sqrt{2} - 1 \notin A$ ，所以  $\pm\sqrt{2}$  都是  $B$  中的元素；

综上所述， $B = \{-1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ ，所以  $B$  中所有元素之和为  $-1$ 。

答案：C

### 类型 II：根据集合相等求参

【例 2】设集合  $A = \{x, y\}$ ， $B = \{0, x^2\}$ ，若  $A = B$ ，则  $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解析：分析集合相等，先找集合中的常数， $B$  中有  $0$ ，故可讨论  $A$  中谁是  $0$ ，

若  $x = 0$ ，则  $x^2 = 0$ ，集合  $B$  不满足元素互异，不合题意；

若  $y = 0$ ，则  $x = x^2$ ，解得： $x = 1$  或  $0$ （舍去）；所以  $x + y = 1 + 0 = 1$ 。

答案：1

《一数·高考数学核心方法》

【变式 1】已知集合  $A = \{a, b, 1\}$ ， $B = \{-1, 2, a^2\}$ ，若  $A = B$ ，则  $a^b = (\quad)$

(A) 1 (B)  $\frac{1}{2}$  (C) -1 (D) 1 或  $\frac{1}{2}$

解析：集合  $B$  中只有 1 个待定元素  $a^2$ ，故先考虑它是集合  $A$  中的谁，观察发现只能是 1，否则  $A$  中的 1 这个元素  $B$  中没有，不满足  $A = B$ ，

因为  $1 \in A$ ，且  $A = B$ ，所以  $1 \in B$ ，故  $a^2 = 1$ ，解得： $a = \pm 1$ ，

求出两个值，还需检验是否满足元素互异，当  $a = 1$  时，集合  $A$  中有相同元素，舍去，所以  $a = -1$ ，

此时  $A = \{-1, b, 1\}$ ， $B = \{-1, 2, 1\}$ ，对比可得  $b = 2$ ，所以  $a^b = (-1)^2 = 1$ 。

答案：A

【反思】根据集合相等求出参数的值，务必检验是否满足集合中元素的互异性。

【变式 2】已知集合  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + ax + 1 = 0\}$ ， $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + 2x - a + 3 = 0\}$ ，若  $A = B$ ，则实数  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

解析： $A, B$  都是一元二次方程的解构成的集合，先考虑它们都无解的情况，

若  $A = B = \emptyset$ ，则  $\begin{cases} \Delta_1 = a^2 - 4 < 0 \\ \Delta_2 = 2^2 - 4(-a + 3) < 0 \end{cases}$ ，解得： $-2 < a < 2$ ；

再考虑  $A, B$  不是空集的情形, 此时两个一元二次方程应同解, 可由韦达定理建立方程求  $a$ ,

若  $A=B \neq \emptyset$ , 设方程  $x^2+ax+1=0$  和  $x^2+2x-a+3=0$  的解分别为  $x_1, x_2$ ,

则首先应有  $\begin{cases} \Delta_1 = a^2 - 4 \geq 0 \\ \Delta_2 = 2^2 - 4(-a+3) \geq 0 \end{cases}$ , 解得:  $a \geq 2$ ,

其次, 由韦达定理,  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -a = -2 \\ x_1 x_2 = 1 = -a + 3 \end{cases}$ , 解得:  $a = 2$ , 满足  $a \geq 2$ ;

综上所述, 实数  $a$  的取值范围是  $(-2, 2]$ .

答案:  $(-2, 2]$

**【反思】** 在分析含参方程的解集时, 一定要考虑无解的情况, 此时对应集合为空集, 且空集是可能满足题意的.

类型III: 根据集合间的包含关系求参

**【例3】** (2023·新高考II卷) 设集合  $A = \{0, -a\}$ ,  $B = \{1, a-2, 2a-2\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则  $a =$  ( )

(A) 2 (B) 1 (C)  $\frac{2}{3}$  (D) -1

解析: 观察发现集合  $A$  中有元素 0, 故只需考虑  $B$  中的哪个元素是 0,

因为  $0 \in A$ ,  $A \subseteq B$ , 所以  $0 \in B$ , 故  $a-2=0$  或  $2a-2=0$ , 解得:  $a=2$  或 1,

注意  $0 \in B$  不能保证  $A \subseteq B$ , 故还需代回集合检验,

若  $a=2$ , 则  $A = \{0, -2\}$ ,  $B = \{1, 0, 2\}$ , 不满足  $A \subseteq B$ , 不合题意;

若  $a=1$ , 则  $A = \{0, -1\}$ ,  $B = \{1, -1, 0\}$ , 满足  $A \subseteq B$ .

答案: B

**【变式1】** 已知集合  $A = \{x \mid |x-1| < 1\}$ ,  $B = \{x \mid x \geq a\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

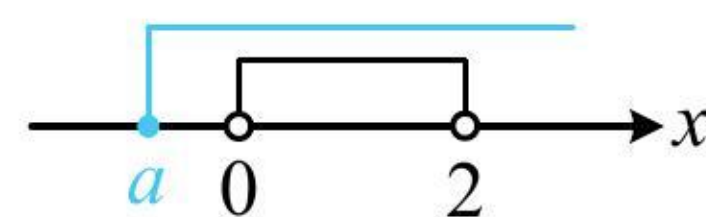
(A)  $(-\infty, 1)$  (B)  $(-\infty, 0]$  (C)  $[0, +\infty)$  (D)  $[1, +\infty)$

解析: 由  $|x-1| < 1$  可得  $-1 < x-1 < 1$ , 所以  $0 < x < 2$ , 故  $A = \{x \mid 0 < x < 2\}$ ,

分析连续取值的集合间的包含关系, 可画数轴来看,

如图, 要使  $A \subseteq B$ , 端点  $a$  应在 0 的左侧, 可以重合, 所以  $a \leq 0$ .

答案: B



**【变式2】** 已知集合  $A = \{x \mid a \leq x \leq 2-a\}$ ,  $B = \{x \mid -2 < x < 2\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

解析: 集合  $A$  的左、右端点都含参, 且大小不定, 需考虑  $A$  为空集的情形, 此时左端点比右端点大,

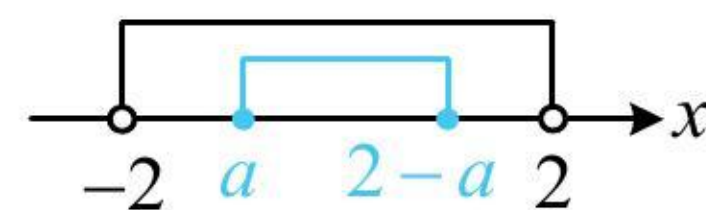
当  $a > 2-a$  时,  $a > 1$ ,  $A = \emptyset$ , 满足  $A \subseteq B$ ;

当  $a \leq 2-a$  时,  $a \leq 1$ , 要使  $A \subseteq B$ , 如图, 此处端点不能重合, 否则  $A$  会比  $B$  多了端点处的元素,

所以  $\begin{cases} a > -2 \\ 2-a < 2 \end{cases}$ , 解得:  $a > 0$ , 所以  $0 < a \leq 1$ ;

综上所述, 实数  $a$  的取值范围是  $(0, +\infty)$ .

答案:  $(0, +\infty)$



【变式3】集合  $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$ ,  $B = \{x | ax + 1 \leq 0\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

解析: 要分析  $A$  和  $B$  的包含关系, 应先解  $B$  中的不等式  $ax + 1 \leq 0$ , 需讨论  $a$  的正负,

当  $a = 0$  时, 不等式  $ax + 1 \leq 0$  无解, 所以  $B = \emptyset$ , 满足  $B \subseteq A$ ;

当  $a > 0$  时, 由  $ax + 1 \leq 0$  可得  $x \leq -\frac{1}{a}$ , 所以  $B = (-\infty, -\frac{1}{a}]$ ,

要分析怎样能使  $B \subseteq A$ , 可画数轴来看, 注意单独考虑端点能否重合,

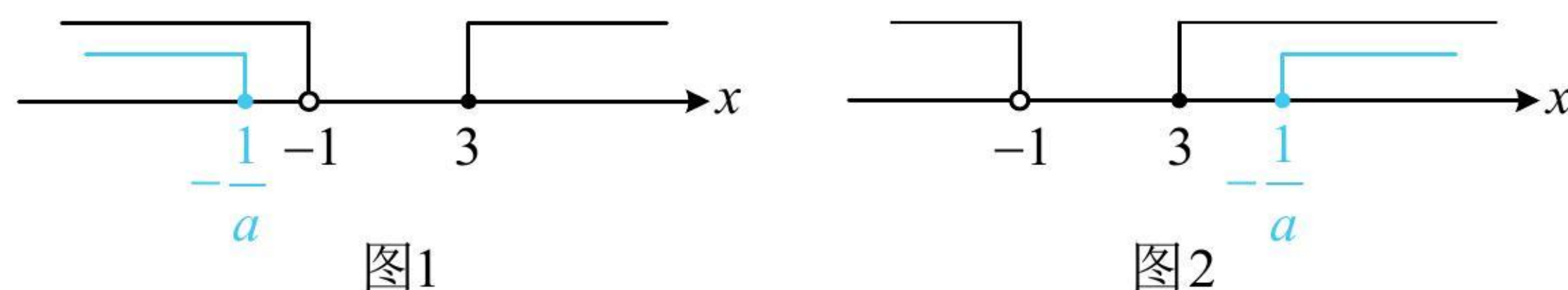
$B \subseteq A$  的情形如图 1, 所以  $-\frac{1}{a} < -1$ , 解得:  $0 < a < 1$ ;

当  $a < 0$  时, 由  $ax + 1 \leq 0$  可得  $x \geq -\frac{1}{a}$ , 所以  $B = [-\frac{1}{a}, +\infty)$ ,  $B \subseteq A$  的情形如图 2, 从而  $-\frac{1}{a} \geq 3$ , 故  $-\frac{1}{3} \leq a < 0$ ;

综上所述, 实数  $a$  的取值范围是  $[-\frac{1}{3}, 1)$ .

答案:  $[-\frac{1}{3}, 1)$

《一数·高考数学核心方法》



【总结】分析列举法表示的集合间的包含关系, 对比两个集合中的元素即可; 而对于连续取值的集合间的包含关系, 常画数轴分析, 需重点关注端点能否重合; 另外, 当子集含参时, 一定注意讨论子集为空集的情况.

#### 类型IV: 子集个数

【例4】已知集合  $A = \{x | 2 < x < 6, x \in \mathbf{N}\}$ , 则  $A$  的非空真子集个数为 ( )

- (A) 14 (B) 7 (C) 6 (D) 2

解析: 分析子集个数, 需先分析集合中元素的个数, 再代内容提要第3点的结论即可,

由题意,  $A = \{x | 2 < x < 6, x \in \mathbf{N}\} = \{3, 4, 5\}$ , 所以  $A$  的非空真子集个数为  $2^3 - 2 = 6$ .

答案: C

【变式】已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 集合  $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, |x - y| \in A\}$ , 则集合  $B$  的子集个数为\_\_\_\_\_.

解析: 分析子集个数, 需先分析集合中元素的个数, 观察发现  $x$  和  $y$  各自都只有3种取值, 可列表来看,

$x$	1	1	1	2	2	2	3	3	3
$y$	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$ x-y $	0	1	2	1	0	1	2	1	0

由上表可知集合  $B$  中的元素有  $(1,2)$ ,  $(1,3)$ ,  $(2,1)$ ,  $(2,3)$ ,  $(3,1)$ ,  $(3,2)$ , 共 6 个,

所以  $B$  的子集有  $2^6 = 64$  个.

答案: 64

**【总结】** 求集合的子集个数, 需先分析集合中有几个元素, 再代结论即可 (见内容提要第 3 点).

### 类型 V: 集合的基本运算

**【例 5】** (2022 · 浙江卷) 设集合  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )

- (A)  $\{2\}$     (B)  $\{1, 2\}$     (C)  $\{2, 4, 6\}$     (D)  $\{1, 2, 4, 6\}$

解析: 求并集, 把两个集合的元素合在一起即可, 由题意,  $A \cup B = \{1, 2, 4, 6\}$ .

答案: D

**【变式 1】** 已知集合  $A = \{x | 1 + 2x > 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 + x < 0\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )

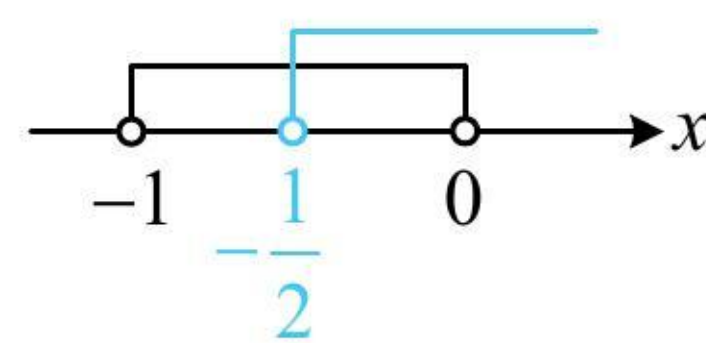
- (A)  $\{x | 0 < x < \frac{1}{2}\}$     (B)  $\{x | x > -1\}$     (C)  $\{x | -\frac{1}{2} < x < 0\}$     (D)  $\{x | x > -\frac{1}{2}\}$

解析:  $1 + 2x > 0 \Leftrightarrow 2x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$ , 所以  $A = \{x | x > -\frac{1}{2}\}$ ;

$x^2 + x < 0 \Leftrightarrow x(x+1) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 0$ , 所以  $B = \{x | -1 < x < 0\}$ ,

求连续取值集合的并集, 可画数轴来看, 如图,  $A \cup B = \{x | x > -1\}$ .

答案: B



**【变式 2】** 已知集合  $A = \{x | a - 2 < x < a + 3\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 5x + 4 > 0\}$ , 若  $A \cup B = \mathbf{R}$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $(-\infty, 1)$     (B)  $(1, 3)$     (C)  $[1, 3]$     (D)  $[3, +\infty)$

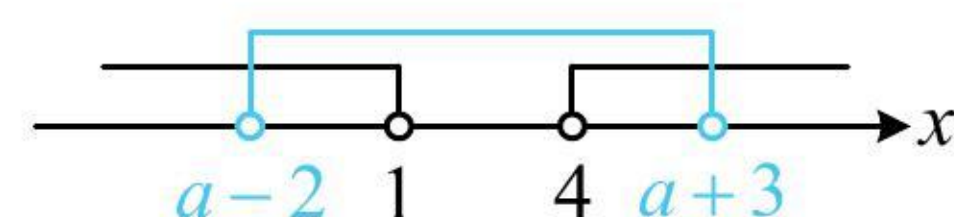
解析:  $x^2 - 5x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4) > 0 \Leftrightarrow x < 1$  或  $x > 4$ , 所以  $B = (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$ ,

分析连续取值集合的并集, 可画数轴来看, 其中端点能否重合需要重点关注,

如图, 要使  $A \cup B = \mathbf{R}$ ,  $a - 2$  与 1,  $a + 3$  与 4 都不能重合, 否则并集就取不到端点处的元素,

所以应有  $\begin{cases} a - 2 < 1 \\ a + 3 > 4 \end{cases}$ , 解得:  $1 < a < 3$ .

答案: B



**【反思】**  $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ , 对于连续取值的集合的并集, 可画数轴分析, 尤其需要注意端点.

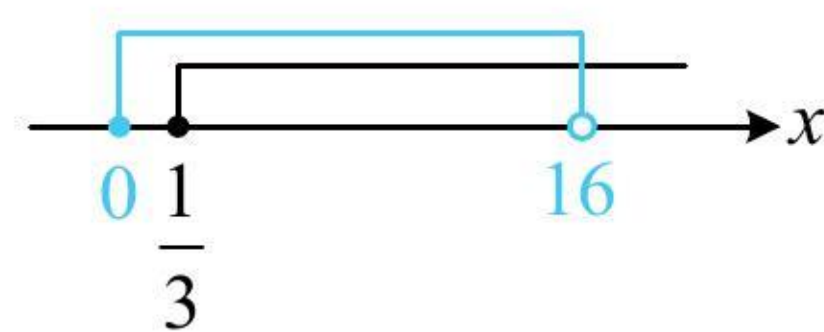
**【例 6】** (2022 · 新高考 I 卷) 若集合  $M = \{x | \sqrt{x} < 4\}$ ,  $N = \{x | 3x \geq 1\}$ , 则  $M \cap N = ( \quad )$

- (A)  $\{x | 0 \leq x < 2\}$       (B)  $\{x | \frac{1}{3} \leq x < 2\}$       (C)  $\{x | 3 \leq x < 16\}$       (D)  $\{x | \frac{1}{3} \leq x < 16\}$

解析:  $\sqrt{x} < 4 \Leftrightarrow 0 \leq x < 16$ , 所以  $M = \{x | 0 \leq x < 16\}$ ,  $3x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$ , 所以  $N = \{x | x \geq \frac{1}{3}\}$ ,

求连续取值的集合的交集, 可画数轴来看, 如图,  $M \cap N = \{x | \frac{1}{3} \leq x < 16\}$ .

答案: D



**【变式】** 已知集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | 2a < x < a^2\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

解析:  $x^2 - x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$ , 所以  $A = [-1, 2]$ ,

接下来分析怎样能使  $A \cap B = \emptyset$ , 先考虑  $B$  为  $\emptyset$  的情形,

当  $B = \emptyset$  时,  $2a \geq a^2$ , 解得:  $0 \leq a \leq 2$ , 此时满足  $A \cap B = \emptyset$ ;

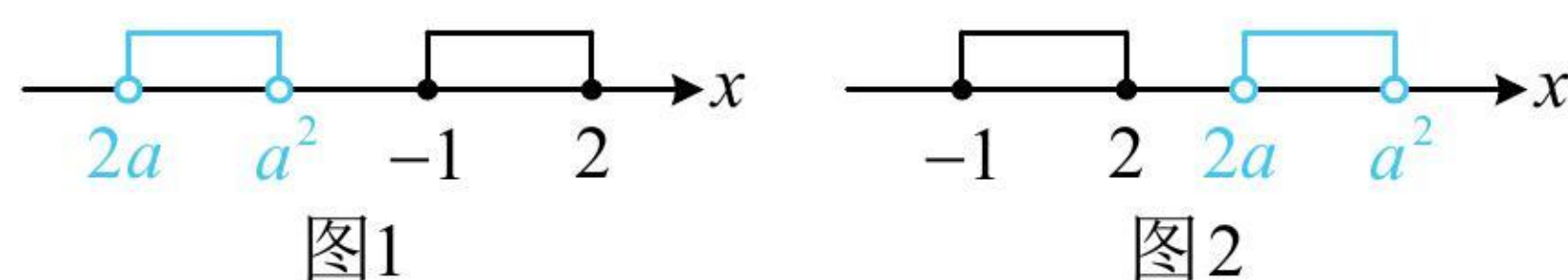
再考虑  $B$  非空的情形, 此时可画数轴来看, 当  $B \neq \emptyset$  时, 首先应有  $2a < a^2$ , 解得:  $a < 0$  或  $a > 2$  ①;

其次, 图形应为图 1 或图 2 所示的情形, 若为图 1, 则  $a^2 \leq -1$ , 无解;

若为图 2, 则  $2a \geq 2$ , 解得:  $a \geq 1$ , 结合①可得  $a > 2$ ;

综上所述, 实数  $a$  的取值范围是  $[0, +\infty)$ .

答案:  $[0, +\infty)$



**【反思】** 根据交集为空集求参, 一定要考虑含参集合本身为空集的情况.

**【例 7】** (2022 · 全国甲卷) 设全集  $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ , 集合  $A = \{-1, 2\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$ , 则

${}_U(A \cup B) = ( \quad )$

- (A)  $\{1, 3\}$       (B)  $\{0, 3\}$       (C)  $\{-2, 1\}$       (D)  $\{-2, 0\}$

解析:  $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 1$  或  $3$ , 所以  $B = \{1, 3\}$ , 又  $A = \{-1, 2\}$ , 所以  $A \cup B = \{-1, 1, 2, 3\}$ ,

接下来求  ${}_U(A \cup B)$ , 只需在全集  $U$  中把  $A \cup B$  这部分去掉, 取余下部分即可,

所以  ${}_U(A \cup B) = \{-2, 0\}$ .

答案: D

【变式 1】设全集为  $\mathbf{R}$ ，集合  $A = \{x | \frac{x+3}{x-2} \leq 0\}$ ， $B = \{x | x > 1\}$ ，则  $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = ( \quad )$

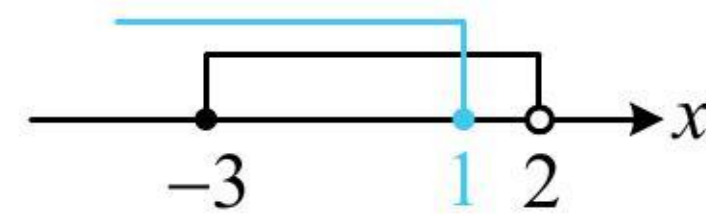
- (A)  $\{x | -3 \leq x < 2\}$     (B)  $\{x | -3 \leq x < 1\}$     (C)  $\{x | -3 \leq x \leq 1\}$     (D)  $\{x | 1 < x \leq 2\}$

解析：  $\frac{x+3}{x-2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)(x-2) \leq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x < 2$ ，所以  $A = \{x | -3 \leq x < 2\}$ ，

要求  $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ ，先求  $\complement_{\mathbf{R}} B$ ，因为  $B = \{x | x > 1\}$ ，所以  $\complement_{\mathbf{R}} B = \{x | x \leq 1\}$ ，

如图， $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \{x | -3 \leq x \leq 1\}$ 。

答案：C



【变式 2】设全集  $U = \mathbf{R}$ ，集合  $A = \{x | x^2 - (2m+1)x + m^2 + m < 0\}$ ， $B = \{x | -2 < x < 1\}$ ，若集合  $(\complement_U A) \cap B$  中有且仅有 1 个整数，则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

解析：  $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m < 0 \Leftrightarrow (x-m)(x-m-1) < 0 \Leftrightarrow m < x < m+1$ ，

所以  $A = (m, m+1)$ ，故  $\complement_U A = (-\infty, m] \cup [m+1, +\infty)$ ，

再分析  $\complement_U A$  与  $B$  的交集，可画数轴来看，尤其需要关注端点能否重合，

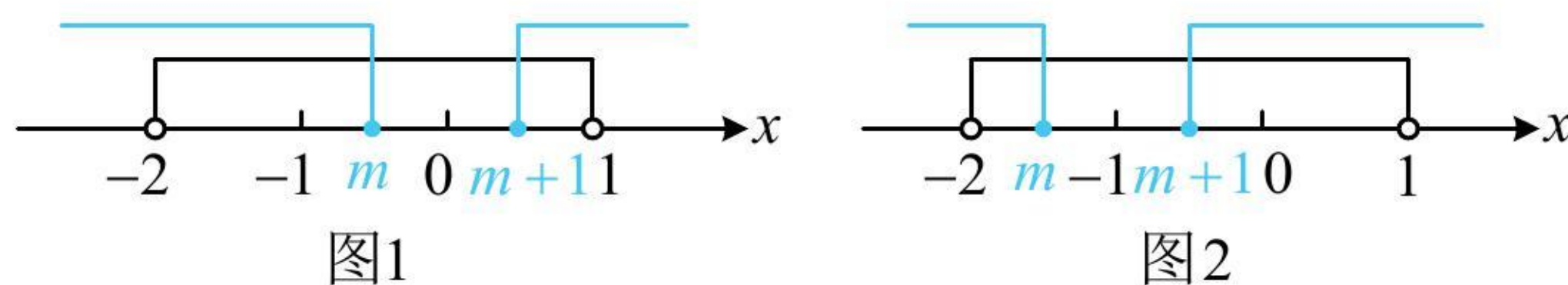
要使  $(\complement_U A) \cap B$  中有且仅有 1 个整数，则可能的情形如图 1 和图 2 所示，

若为图 1， $m$  不能与  $-1, 0$  重合，否则交集中有 2 个整数，所以  $-1 < m < 0 < m+1 < 1$ ，故  $-1 < m < 0$ ；

若为图 2， $m$  不能与  $-2, -1$  重合，否则交集中有 2 个整数，所以  $-2 < m < -1 < m+1 < 0$ ，故  $-2 < m < -1$ ；

综上所述，实数  $m$  的取值范围是  $(-2, -1) \cup (-1, 0)$ 。

答案：  $(-2, -1) \cup (-1, 0)$



【总结】从上面两道题可以看出，分析列举法表示的集合的并集、交集、补集，直接从元素来看即可；而对于连续取值的集合，则常画数轴来分析，且往往需要重点关注端点。

#### 类型 VI: Venn 图

【例 8】设集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，若  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{1, 2, 3\}$ ，则  $A \cap B = ( \quad )$

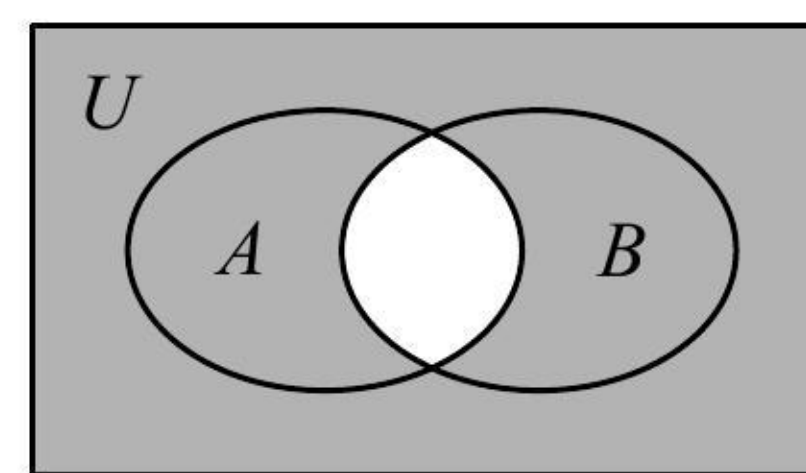
- (A)  $\{4, 5\}$     (B)  $\{3, 4, 5\}$     (C)  $\{1, 2, 5\}$     (D)  $\{5\}$

解析：直接由  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{1, 2, 3\}$  不易分析  $A, B$  的情况，可画 Venn 图来看，

如图， $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$  表示在全集  $U$  中，把  $A \cap B$  的部分去掉，余下的部分，即  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \complement_U (A \cap B)$ ，

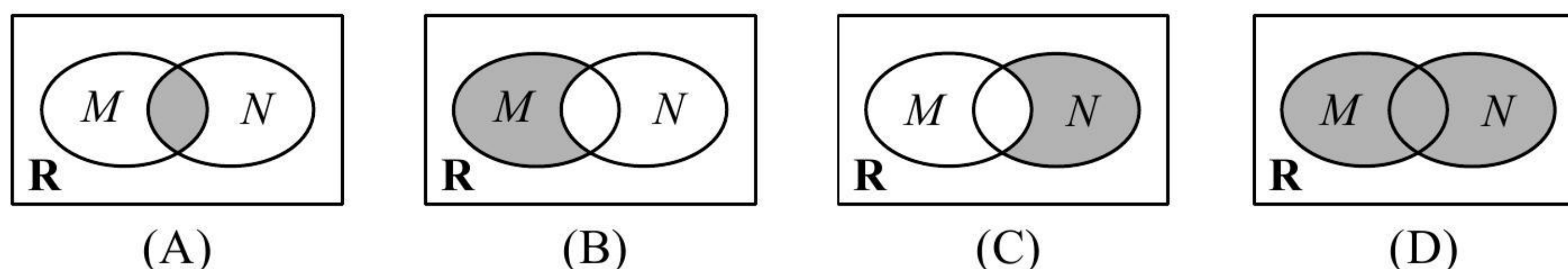
因为  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{1, 2, 3\}$ ，所以  $\complement_U (A \cap B) = \{1, 2, 3\}$ ，故  $A \cap B = \{4, 5\}$ 。

答案：A



**【反思】**当集合间的运算较抽象时，不妨画 Venn 图来分析，往往可使问题明朗化.

**【变式】**已知集合  $M = \{x | x(x-2) < 0\}$ ， $N = \{x | x-1 < 0\}$ ，则下列 Venn 图中，阴影部分可以表示集合  $\{x | 1 \leq x < 2\}$  的是 ( )



解析： $x(x-2) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$ ，所以  $M = \{x | 0 < x < 2\}$ ， $x-1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$ ，所以  $N = \{x | x < 1\}$ ，

直接把  $\{x | 1 \leq x < 2\}$  表示成  $M, N$  的运算结果较抽象，故考虑逐个验证选项，

A 项，阴影部分表示  $M \cap N = \{x | 0 < x < 1\}$ ，故 A 项错误；

B 项，阴影部分表示在  $M$  中把  $M \cap N$  去掉后余下的部分，为  $\{x | 1 \leq x < 2\}$ ，故 B 项正确；

C 项，阴影部分表示在  $N$  中把  $M \cap N$  去掉后余下的部分，为  $\{x | x \leq 0\}$ ，故 C 项错误；

D 项，阴影部分表示  $M \cup N = \{x | x < 2\}$ ，故 D 项错误.

答案：B

《一数·高考数学核心方法》

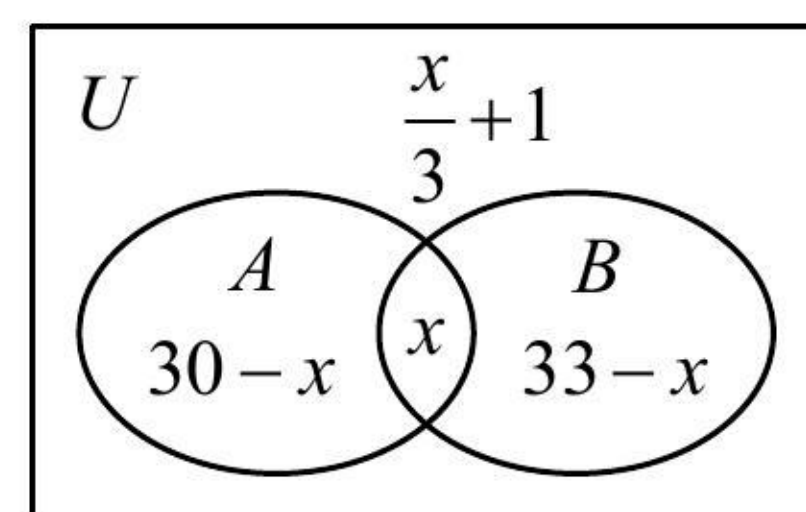
**【例 9】**向 50 名学生调查对  $A, B$  两件事的态度，其中有 30 人赞成  $A$ ，其余 20 人不赞成  $A$ ，有 33 人赞成  $B$ ，其余 17 人不赞成  $B$ ，且对  $A, B$  都不赞成的学生人数比对  $A, B$  都赞成的学生人数的三分之一多 1 人，则对  $A, B$  都赞成的学生人数为 ( )

- (A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21

解析：题干的信息较复杂，不妨画图来看，记赞成  $A$  的学生构成集合  $A$ ，赞成  $B$  的学生构成集合  $B$ ，设对  $A, B$  都赞成的学生人数为  $x$ ，接下来只要把各部分用  $x$  表示，就能由总人数为 50 建立方程求  $x$ ，

各部分的人数如图所示，由图可知， $x + (30-x) + (33-x) + (\frac{x}{3} + 1) = 50$ ，解得： $x = 21$ 。

答案：D



**【变式】**学校举办运动会时，高一 1 班共有 28 名同学参加比赛，有 15 人参加游泳比赛，8 人参加田径比赛，14 人参加球类比赛，同时参加游泳和田径比赛的有 3 人，同时参加游泳和球类比赛的有 3 人，没有人同时参加三项比赛，那么只参加游泳一项比赛的有\_\_\_\_\_人；同时参加田径和球类比赛的有\_\_\_\_\_人。



解析：题干的信息较复杂，不妨画出图形，并根据题意把各部分的人数标注出来，

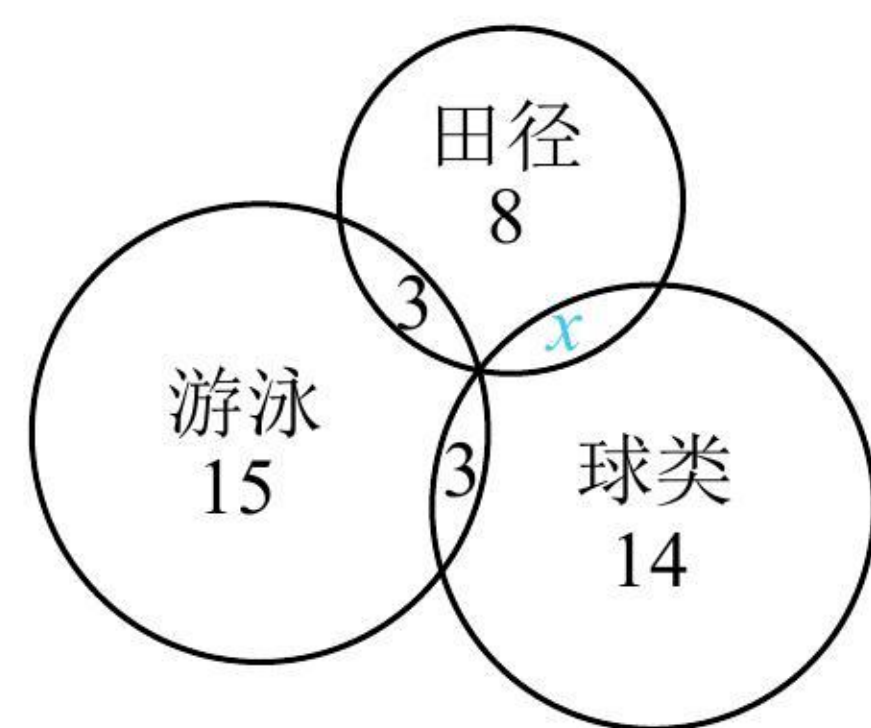
如图，图中的 15、14、8 是参加三项运动各自的总人数，所以只参加游泳一项比赛的有  $15 - 3 - 3 = 9$  人；

再求同时参加田径和球类比赛的人数，可设为  $x$ ，只需把只参加田径、只参加球类的人数都用  $x$  表示，再由共 28 人参赛来建立方程求  $x$ ，

由图可知只参加田径比赛的有  $8 - 3 - x = 5 - x$  人，只参加球类比赛的有  $14 - 3 - x = 11 - x$  人，

所以  $9 + (5 - x) + (11 - x) + 3 + 3 + x = 28$ ，解得： $x = 3$ ，故同时参加田径和球类比赛的有 3 人。

答案：9，3



【反思】涉及多个集合关系的文字题目中，通过画图可将文字信息直观地呈现出来，使问题明朗化。

## 强化训练

1. (2022·河南宜阳月考·★) 集合  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = \frac{16}{n}, n \in \mathbf{N}\}$  中的元素个数为 ( )

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

2. (2022·广州模拟·★) 已知集合  $A = \{a - 2, a^2 + 4a, 12\}$ ，且  $-3 \in A$ ，则  $a$  的值为 ( )

- (A) -3 或 -1 (B) -1 (C) 3 (D) -3

3. (2022·山西忻州月考·★★) 已知  $m \in \mathbf{R}$ ， $n \in \mathbf{R}$ ，若集合  $\{m, \frac{n}{m}, 1\} = \{m^2, m + n, 0\}$ ，则  $m^{2023} + n^{2023} =$  ( )

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

4. (2022·安徽模拟·★) 已知集合  $A = \{1, 2, m^2\}$ ， $B = \{1, m\}$ ，若  $A \cup B = A$ ，则实数  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

5. (2023·河北衡水中学统考一模·★) 已知集合  $A = \{x | a < x < a + 2\}$ ,  $B = \{x | y = \ln(6 + x - x^2)\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )  
(A)  $[-1, 2]$  (B)  $(-1, 2)$  (C)  $[-2, 1]$  (D)  $(-2, 1)$

6. (2023·广州一模·★) 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{Z} | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ , 则集合  $A$  的子集个数为 ( )  
(A) 3 (B) 4 (C) 8 (D) 16

7. (2023·浙江模拟·★) 已知集合  $M$  满足  $\{2, 3\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 那么这样的集合  $M$  的个数为 ( )  
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

《一数·高考数学核心方法》

8. (2023·山西模拟·★) 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{Z} | x^2 - x - 6 < 0\}$ ,  $B = \{y | y = x^2\}$ , 则  $A \cap B$  的子集有 ( )  
(A) 2 个 (B) 4 个 (C) 8 个 (D) 16 个

9. (2023·江西模拟·★) 已知集合  $A = \{-1, 0\}$ ,  $B = \{1, 2\}$ , 则集合  $C = \{z | z = x^2 + y^2, x \in A, y \in B\}$  的真子集个数为 ( )  
(A) 3 (B) 7 (C) 15 (D) 16

10. (2022·新高考 II 卷·★) 已知集合  $A = \{-1, 1, 2, 4\}$ ,  $B = \{x | |x - 1| \leq 1\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
(A)  $\{-1, 2\}$  (B)  $\{1, 2\}$  (C)  $\{1, 4\}$  (D)  $\{-1, 4\}$

11. (2021 · 全国乙卷 · ★) 已知集合  $S = \{s | s = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$ ,  $T = \{t | t = 4n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $S \cap T =$  ( )

- (A)  $\emptyset$  (B)  $S$  (C)  $T$  (D)  $\mathbf{Z}$

12. (2022 · 全国乙卷 · ★) 设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 集合  $M$  满足  ${}_U M = \{1, 3\}$ , 则 ( )

- (A)  $2 \in M$  (B)  $3 \in M$  (C)  $4 \notin M$  (D)  $5 \notin M$

13. (2022 · 新疆乌鲁木齐二模 · ★) 已知集合  $M = \{x | x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$ ,  $N = \{x | -3 < x < 1\}$ , 则  $M \cup N =$  ( )

- (A)  $(-3, 5]$  (B)  $[-1, 1)$  (C)  $(-3, -1]$  (D)  $(1, 5]$

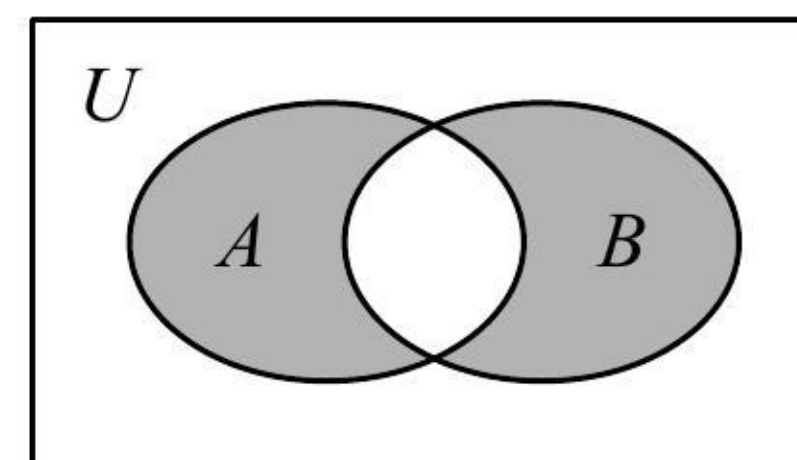
《一数·高考数学核心方法》

14. (2023 · 全国乙卷 · ★) 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $M = \{x | x < 1\}$ ,  $N = \{x | -1 < x < 2\}$ , 则  $\{x | x \geq 2\} =$  ( )

- (A)  ${}_U(M \cup N)$  (B)  $N \cap {}_U M$  (C)  ${}_U(M \cap N)$  (D)  $M \cap {}_U N$

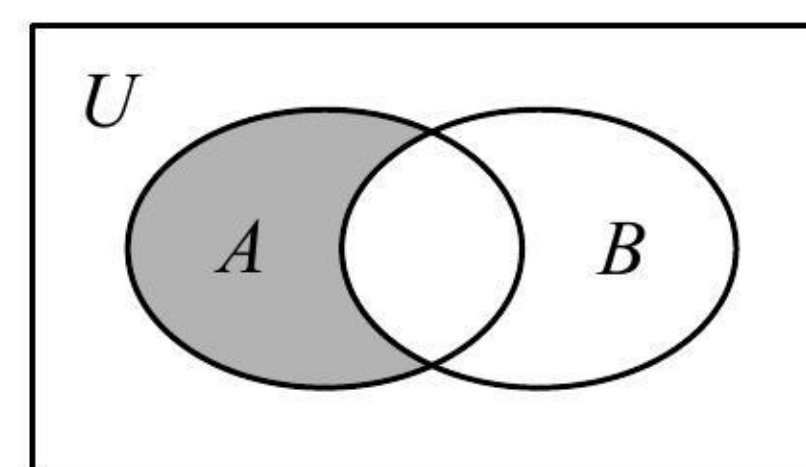
15. (2023 · 江苏扬州期末 · ★) 集合  $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{0, 2, 4\}$ , 则图中阴影部分所表示的集合为 ( )

- (A)  $\{0, 2\}$  (B)  $\{-1, 1, 3, 4\}$  (C)  $\{-1, 0, 2, 4\}$  (D)  $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$



16. (2023 · 全国模拟 · ★★) 设全集  $U = \{x \in \mathbf{N} | -2 \leq x < 7\}$ ,  ${}_U(A \cup B) = \{1, 5, 6\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ , 则图中阴影部分表示的集合是 ( )

- (A)  $\{-2, -1, 0, 3\}$  (B)  $\{0, 3\}$  (C)  $\{0, 2, 3, 4\}$  (D)  $\{3\}$



17. (2023·江苏苏州模拟·★★) 已知  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$  的定义域为  $A$ , 集合  $B = \{x \in \mathbf{R} \mid 1 < ax < 2\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $[-2, 1]$     (B)  $[-1, 1]$     (C)  $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$     (D)  $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

18. (2023·江苏扬州期末·★★) 已知集合  $A = \{x \mid \frac{4-x}{x+1} \geq 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - (a+1)x + 2a(a^2+1) < 0\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $(2, +\infty)$     (B)  $\{1\} \cup (2, +\infty)$     (C)  $\{1\} \cup [2, +\infty)$     (D)  $[2, +\infty)$

《一数·高考数学核心方法》

19. (2023·全国模拟·★★) 某班 45 名学生参加“3.12 植树节”活动, 每位学生都参加除草、植树两项劳动, 依据劳动表现, 评定为优秀、合格两个等级, 结果如下表:

项目 \ 等级	优秀	合格	合计
除草	30	15	45
植树	20	25	45

若在两个项目中都合格的学生最多有 10 人, 则在两个项目中都优秀的人数最多为 ( )

- (A) 5    (B) 10    (C) 15    (D) 20

20. (2023·重庆模拟·★★) 某班有 40 名同学参加数学、物理、化学课外研究小组, 每名同学至多参加两个小组. 已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为 26, 15, 13, 同时参加数学和化学小组的有 6 人, 同时参加物理和化学小组的有 4 人, 则同时参加数学和物理小组的人数为\_\_\_\_\_.

